



MEKANİK LABORATUARI-1

Deney Sorumlusu ve Uyg. Öğr. El.

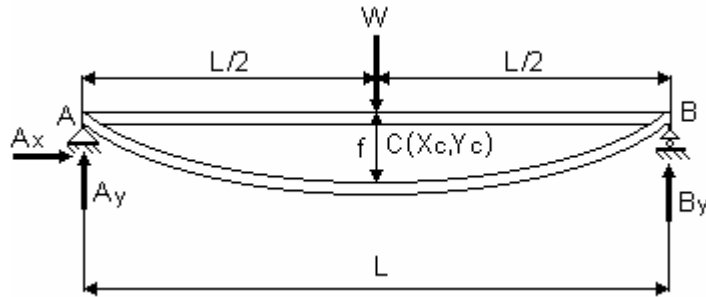
Doç. Dr. Mete Onur KAMAN
Yrd. Doç. Dr. Mustafa GÜR
Yrd. Doç. Dr. Murat Yavuz SOLMAZ
Arş. Gör. Serkan ERDEM
Arş. Gör. Yunus Onur YILDIZ

Laboratuvar-I dersinde Mekanik Laboratuvarının ilk bölümünü, eğilme ve burulma, ikinci bölümünü ise eğilmeli burulma ve burkulma konuları oluşturmaktadır.

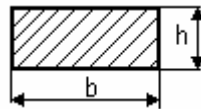
1. BASİT EĞİLME VE BURULMA

DENEY 1.1 BASİT EĞİLME

Bir prizmatik çubuğa yalnız eğilme momentinin etki etmesi haline Basit Eğilme denir. Basit eğilme halinde çubuğa etkiyen kuvvetler, çubuk ekseninden geçen bir düzlem içinde bulunurlar. Bu düzleme ‘Kuvvetler Düzlemi’ denir. Kuvvetler düzlemi ile çubuk kesitinin arakesiti kesitin ağırlık merkezinden geçen bir doğrudur ve ‘Kuvvetler Çizgisi’ olarak isimlendirilir. Kuvvetler çizgisi her zaman kesite etkiyen eğilme momentine Eğrisel çubuğun eksen eğrisine ‘Elastik Eğri’ denir. Çubuğun eğilmesi sonucu bazı liflerde kısalma, bazı liflerde ise uzama meydana gelecektir. Bu lifler arasında boy değişimi yapmayan liflere ‘Taraflı Lif’ adı verilir. Taraflı lifler kesit ağırlık merkezinden geçen bir düzlem belirtirler. Bu düzleme ‘Taraflı Düzlem’ denir. Taraflı düzlem ile çubuk kesitinin arakesiti ‘Taraflı Eksen’ olarak tanımlanır.



Şekil 1. Ortasından tekil yüklü çubuk eleman



Şekil 2. Eğilmeye çalışılan çubuk elemanın kesiti

Basit eğilme hali için çubuktaki maksimum gerilme,

$$\sigma_{\max} = \frac{M_e}{I} y \quad (1)$$

ifadesiyle hesaplanır. Burada,

σ = Maksimum normal gerilme (N/mm²)

M_e = Eğilme Momenti (Nmm)

I = Dikdörtgen kesit için atalet momenti (mm⁴)

Y = Tarafsız eksene olan maksimum uzaklık, $y=h/2$ (mm)

dır. Bu ifadeden faydalanılarak çubuk malzemesi için,

$$\sigma_{\max} < \sigma_{\text{çekme(güv)}} \quad (2)$$

$\sigma_{\text{çekme(güv)}}$ =Çubuk malzemesinin çekme güvenlik gerilmesi (N/mm²)

kontrol yapılabilir. Bu ifadelerden faydalanılarak, kesit verilmişse moment veya moment verilmişse kesit tayini yapılabilir. Ortasından tekil yüklü bir çubuk eleman için oluşacak sehim miktarı ise,

$$f = \frac{WL^3}{48EI} \quad (3)$$

formülüyle hesaplanır. Burada,

W = Yük (N)

L = Çubuk boyu (mm)

E = Elastisite modülü (N/mm²)

I = Atalet momenti (mm⁴)

tür. Dikdörtgen kesit için atalet momenti,

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (4)$$

formülüyle hesaplanır. Eşitlikte b , çubuğun genişliği ve h ise çubuğun yüksekliğidir(Şekil,2).

Ortadan yapılmış tekil bir yükleme durumu için mesnet tepki kuvvetleri,

$$A_y = B_y = W/2 \quad (5)$$

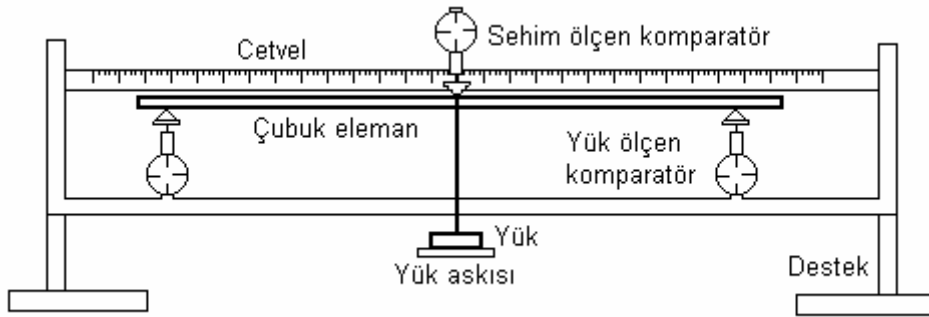
dir.

DENEYİN AMACI

Eğilme deneyinde amaç, sehim miktarlarının hesabı, maksimum değerlerinin bulunması, kesit tayinin yapılması, elastisite modülünün tesbitidir.

DENEY DÜZENEGİ

Deney düzeneği, mesnet yüklerini ve sehim miktarlarını ölçen komparatörler, yük ve yük askısı ve cetvelden oluşmaktadır.



Şekil 3. Çekme deney düzeneği

DENEYİN YAPILIŞI

İlk deney olarak, ortasından tekil yüklü çubuklar için mesnet tepki kuvvetlerinin herbirinin, yükün yarısına eşit olduğu gösterilir(5). Yük askısına koyulan yüke göre, yük ölçen komparatörlerden bulunan değerler okunur. İkinci kısımda ise, farklı malzeme ve kesitli çubuklar için, uygulanan yüke göre, sehim ölçen komparatörden, sehim miktarı ölçülür. Herbir yüklemeye karşı bir sehim miktarı elde edilecektir. Deneyde her bir çubuk için Tablo 1. hazırlanır.

Tablo1. Eğilme deneyi yapılışı sırasında oluşturulacak tablo

Çubuk Boyutları	b= mm,	h= mm,	L=1000 mm
W(Yük=N)		f(Sehim=mm)	
1.Deney			
2.Deney			
3.Deney			

(3) eşitliğine göre, değişkenlerimiz, sadece yük miktarı ve sehimdir. Dolayısıyla yük ile sehim miktarı arasında,

$$a = \frac{L^3}{48EI} \quad (6)$$

yazılırsa,

$$f = a.W \quad (7)$$

doğru denklemi elde edilir.

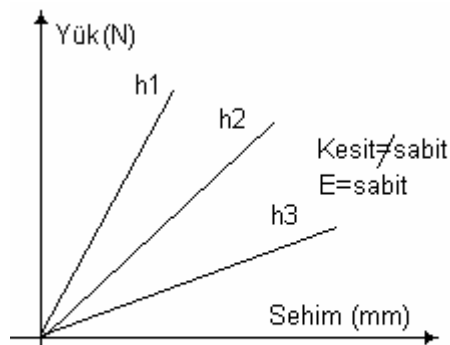
(3) ifadesinde mesnet aralığı (L), atalet momenti (I), yük miktarı (W) ve sehim miktarı (f) bilindiğine göre, buradan elastisite modülü hesaplanabilir. Elastisite modülünün hesaplanması, çubuk malzemesinin tanınmasını sağlar.

Her bir çubuk için, her yük ve sehim miktarına karşılık, bir elastisite modülü elde edilecektir. Yapılan deney sayısına göre elde edilen bu elastisite modüllerinin ortalaması alınacak olursa, o çubuğa ait ortalama bir elastisite modülü bulunur.

$$E_{\text{ort}} = \frac{E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_n}{n} \quad (n=1,2,3,\dots\text{Deney sayısı}) \quad (8)$$

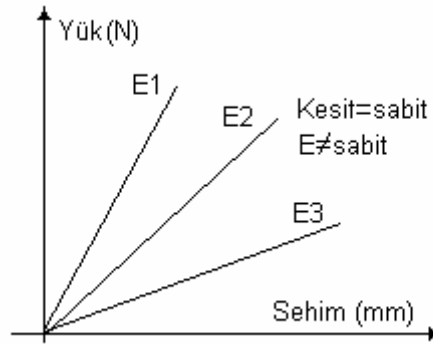
EĞİLME DENEY FÖYÜNÜN HAZIRLANMASI

Elde edilecek değerlerden faydalanılarak, iki tip grafik hazırlanacaktır. Bunlardan ilki aynı malzemeden imal edilmiş, farklı kesitli çubuklar arasında çizilecek olan yük-sehim grafiğidir (Şekil 4).



Şekil 4. Farklı kesitlere sahip (h1, h2, h3 yüksekliğinde) aynı malzemeli çubuk için yük-sehim grafiği

İkinci olarak ise, aynı kesite sahip, farklı malzemelerden yapılmış çubuklar için çizilecek olan yük sehim miktarı grafiğidir(Şekil 5).

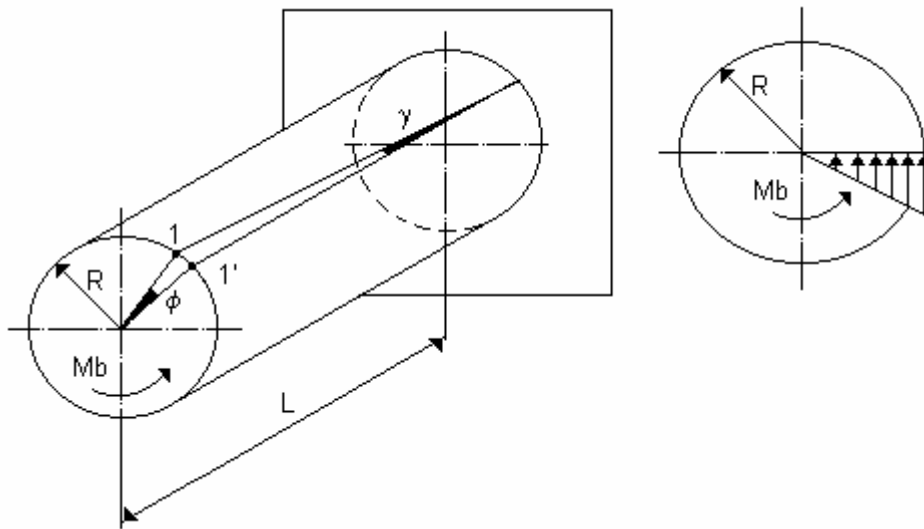


Şekil 5. Farklı malzemeler için (E_1, E_2, E_3 elastisite modülü için) aynı kesite sahip çubuklar için yük-sehim grafiği

Çizilen bu grafikler yardımıyla, her grafik ile ilgili yorumlar yazılacaktır. Ayrıca hesaplanan elastisite modülleri ile literatürdeki değerleri karşılaştırılarak, hata miktarı deney föyüne eklenecektir.

DENEY 1.2 BURULMA

Daire kesitli millerin burulmasına en basit örnek olarak, yarıçapı R , uzunluğu L olan ve uçlarına etkiyen M_b burulma momentleri etkisinde dengede olan bir mil verilebilir. Böyle bir milin her dik kesiti, M_b burulma momenti etkisi altındadır. Bu dik kesitlerdeki kayma gerilmeleri dağılışı, lineer elastik malzemeler için, merkezden uzaklıkla orantılı olarak artar.



Şekil 6. Daire kesitli millerin burulması

r merkezden uzaklıkları göstermek üzere, kesitteki kayma gerilmesi,

$$\tau = \frac{M_b}{\frac{\pi d^4}{32}} \cdot r \quad (R=d/2) \quad (9)$$

ile hesaplanır. Burada,

$$J_0 = \frac{\pi d^4}{32} \quad (10)$$

Kutupsal (veya Polar) eylemsizlik momenti adını alır. Buradan anlaşılacağı üzere kesitte meydana gelebilecek en büyük kayma gerilmesi $r = d/2$ için,

$$\tau_{\max} = \frac{16M_b}{\pi d^3} \quad (11)$$

dir. Şekil 6' ya göre, dairesel kesitli mile uygulanan burulma momenti (M_b) sonucu, 1 noktası 1' noktasına yer değiştirir. Kesitte oluşan açı ϕ açısı ile γ açısı arasında,

$$\phi \cdot R = \gamma \cdot L \quad (R=d/2) \quad (12)$$

ϕ =Birim dönme açısı (rad)

L =Mil uzunluğu (mm)

γ = Yüzey dönme açısı (rad)

d =mil çapı (mm)

bağıntısı vardır. Bu mile ait G kayma modülü ise,

$$\frac{M_b}{J_0} = \frac{G\phi}{L} = \frac{\tau}{d/2} \quad (13)$$

formülüyle yada,

$$\tau = G\gamma \quad (14)$$

eşitliği ile hesaplanır. Burada,

G =Kayma modülü (N/mm^2)

τ =Kayma gerilmesi (N/mm^2)

M_b =Burulma momenti (Nmm)

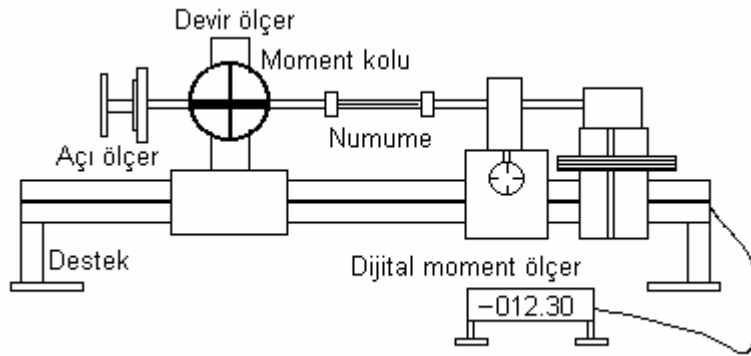
dir.

DENEYİN AMACI

Dairesel kesitli millerde maksimum kayma gerilmelerinin hesaplanarak, boyutlandırma yapılması ve kayma modüllerinin hesaplanarak malzeme tayininin yapılmasıdır.

DENEY DÜZENEGİ

Burulma deney düzeneği, moment kolu, mil kesitindeki dönmeyi okuyan açı ölçeği, momentin okunduğu dijital moment ölçer ve numune bağlantı kısımlarından oluşmaktadır.



Şekil 7. Burulma deney düzeneği

DENEYİN YAPILIŞI

Çeşitli malzemelerden imal edilmiş olan numuneler, deney düzeneğine yerleştirilir. Dijital moment ölçer ve açı ölçekleri sıfırlanır ve Moment kolu çevrilerek, her bir moment değeri için, mil kesitindeki dönme, açı ölçeklerden derece ($^{\circ}$) cinsinden ve uygulanan moment ise dijital momentten (Nm) cinsinden okunarak Tablo2 hazırlanır.

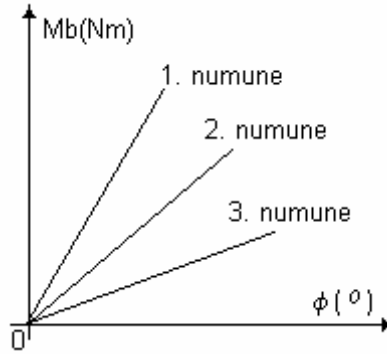
Tablo 2. Burulma deneyi yapılışı sırasında oluşturulacak tablo

Numune no:	d=	L=
Deney No	Moment (M_b) Nm	Dönme açıcısı (ϕ) $^{\circ}$
1		
2		

Deney sırasında okunan değerlerden faydalanılarak maksimum kayma gerilmeleri (τ_{max}), yüzey dönme açısı (γ) ve her numuneye ait kayma modülleri (G), (11), (12), (13) veya (14) eşitliklerinden yararlanılarak hesaplanır.

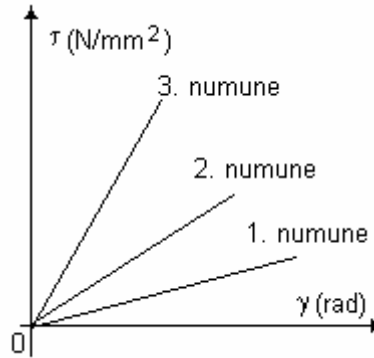
BURULMA DENEY FÖYÜNÜN HAZIRLANMASI

Elde edilecek değerlerden faydalanılarak, iki tip grafik hazırlanacaktır. Bunlardan ilki farklı numuneler arasında burulma momenti-birim dönme açısı (kesitteki açı) grafiğidir. ($M_b-\phi$)(Şekil 8).



Şekil 8. Aynı kesite sahip (d_1, d_2, d_3 çaplarında) farklı malzemeli miller için ($M_b-\phi$) grafiği.

İkinci olarak ise, aynı kesite sahip, farklı malzemelerden yapılmış miller için çizilecek olan maksimum kayma gerilmeleri -yüzey dönme açısı ($\tau_{\max}-\gamma$) ve grafiğidir(Şekil 9).



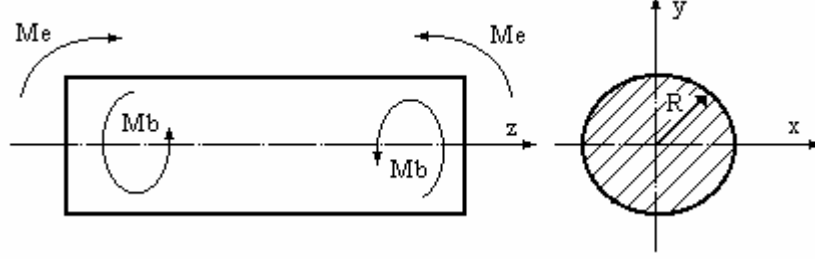
Şekil 9. Aynı kesite sahip (d_1, d_2, d_3 çaplarında) farklı malzemeli miller için ($\tau_{\max}-\gamma$) grafiği.

Çizilen bu grafikler yardımıyla, her grafik ile ilgili yorumlar yazılacaktır. Ayrıca hesaplanan kayma modülleri ile literatürdeki değerleri karşılaştırılarak, hata miktarı deney föyüne eklenecektir. Deney föyüne, deneyin yapılışı, amacı, sonuçların değerlendirilmesi ve yorumlar gibi kısımlar da eklenmelidir.

2 EĞİLMELİ BURULMA VE BURKULMA

DENEY 2.1. EĞİLMELİ BURULMA

Enerji nakleden millerde meydana gelen burulma momentinin yanında, bazen millerin kendi ağırlığından, çoğu zaman mile burulma momentinin aktarılış biçiminden dolayı, eğilme momenti de meydana gelir. Böylece mil, bileşik mukavemet hali ile yüklenmiş olur. Bu tür zorlanmalarda **eğilmeli-burulma** halinin göz önüne alınması gerekir.



Şekil 10. Eğilmeli burulma hali

Basit eğilme halinden,

$$\sigma_z = \frac{M_e}{W_e} \quad (1)$$

yazılabilir. Burada,

$$W_e = \frac{I_x}{R} \quad (2)$$

şeklindedir.

$$I_x = \frac{\pi R^4}{4} \quad (3)$$

olduğundan, mukavemet momenti,

$$W_e = \frac{\pi R^3}{4} \quad (4)$$

olarak elde edilir. Dolayısıyla z eksenindeki normal gerilme,

$$\sigma_z = \frac{M_e}{\frac{\pi R^3}{4}} = \frac{4M_e}{\pi R^3} \quad (5)$$

olarak yazılır. Burulmadan dolayı oluşacak kayma gerilmesi ise,

$$\tau = \frac{M_b}{W_b} \quad (6)$$

dır. Burada,

$$W_b = \frac{I_0}{R} = \frac{\pi R^4}{2R} = \frac{\pi R^3}{2} \quad (7)$$

değerine eşittir. Dolayısıyla,

$$\tau = \frac{2M_b}{\pi R^3} \quad (8)$$

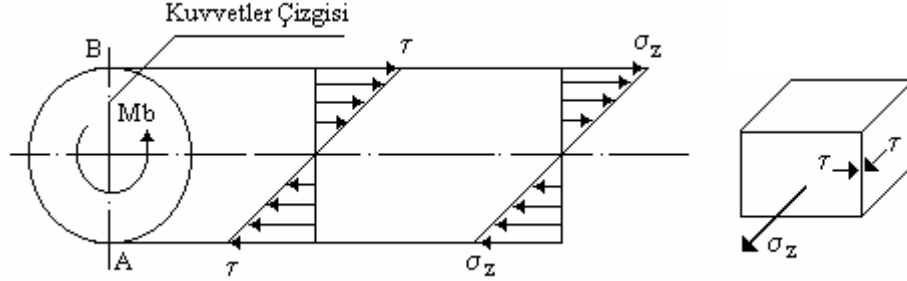
olarak yazılabilir. Burada,

M_e =Eğilme momenti (Nm)

M_b =Burulma momenti (Nm)

R =Yarıçap (m)

dır.



Şekil 11. Bir eleman üzerindeki eğilme ve burulma momentinin etkisiyle oluşan eğilme (σ_z) ve burulma (τ) gerilmeleri

Bu iki eksenli gerilme haline ait asal gerilmeler için,

$$\sigma_{\max, \min} = \frac{\sigma_z}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (9)$$

$$\tau_{\max, \min} = \mp \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (10)$$

ifadeleri verilmektedir. Boyutlandırma kriteri olarak “En Büyük Kayma Gerilmesi Teorisi” kullanılır.

$$\tau_{\max} \leq \tau_{\text{güv}} = \frac{\sigma_{\text{güv}}}{2} \quad (11)$$

(10) ifadesi (11) denkleminde yerine yazılacak olursa,

$$\sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau^2} \leq \sigma_{\text{güv}} \quad (12)$$

elde edilir.(5) ve (8) denklemleri (12) denkleminde yerine yazılacak olursa,

$$\frac{4}{\pi R^3} \sqrt{M_e^2 + M_b^2} \leq \sigma_{\text{güv}} \quad (13)$$

sonucu elde edilir. (13) ifadesinde,

$$\sqrt{M_e^2 + M_b^2} = M_{\text{et}} = \text{Etkili Moment} \quad (14)$$

olarak tanımlanır. Etkili moment, aslında kesite etkiyen bileşke momente eşit bir momenttir. Bu halde yukarıdaki sonuç, yani (13) ifadesi,

$$\frac{4M_{\text{et}}}{\pi R^3} \leq \sigma_{\text{güv}} \quad (15)$$

şeklinde yazılabilir. $\frac{\pi R^3}{4}$ ifadesi dairesel kesite ait mukavemet momentine eşittir. Buradan kesit yarıçapı,

$$R \geq \sqrt[3]{\frac{4M_{et}}{\pi\sigma_{g\u00fcv}}} \quad (16)$$

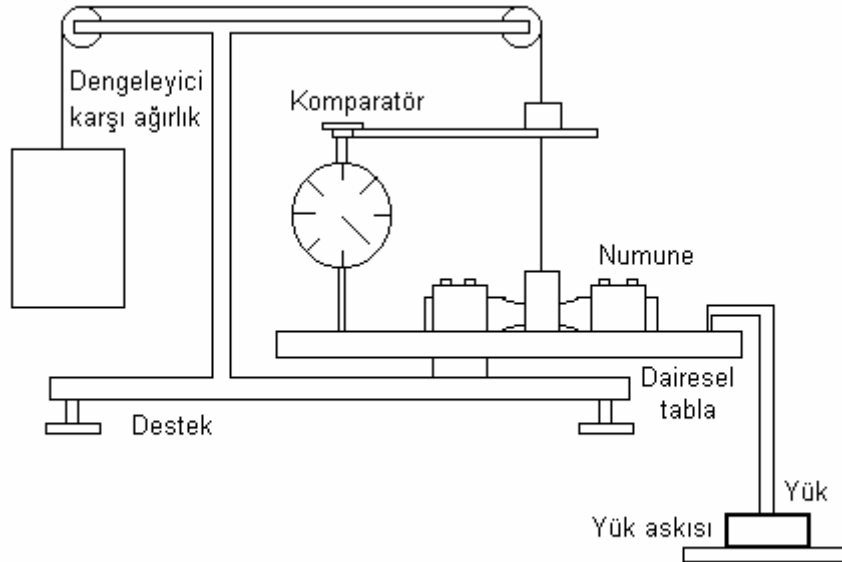
eşitliğinden hesaplanabilir.

DENEYİN AMACI

Bileşik mukavemet hallerinden eğilmeli burulma deneyi yapılarak, belli açı değerlerinde numuneye uygulanan momente göre, numune kesitinde oluşan eğilme ve burulma momentlerinin hesaplanması, malzemenin bu duruma etkisinin ve maksimum-minimum moment değerlerinin bulunmasıdır.

DENEY DÜZENEGİ

Deney düzeneği, yük-yük askısı, dengeleyici karşı ağırlık, üzeri 15°'lik açılara bölünmüş dairesel tabla ve dairesel tabladaki sehim miktarını ölçen komparatörden oluşmaktadır.



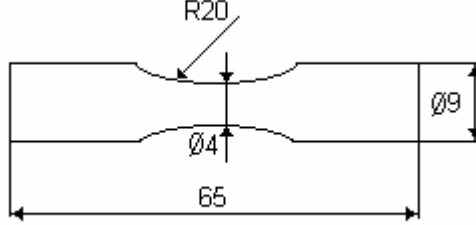
Şekil 12. Eğilmeli burulma deney düzeneği

DENEYİN YAPILIŞI

Deney düzeneğine numune yerleştirilir. Yük askısı, dairesel tabla üzerindeki 0° konumuna getirilir. Bu açı değerinde numune, sadece burulma momenti etkisi altındadır. Bu açı değerinde yükleme yapılır ve her yükleme değeri için elde edilen sehim miktarları Tablo 3'e yazılır. Daha sonra yük askısı, dairesel tabla üzerinde diğer açı değerlerindeki konuma yerleştirilerek, her yükleme değeri için elde edilen sehim değerleri Tablo 3'e yazılır. Bu işleme açının 90° değerine kadar 15°'lik artırımlarla devam edilir. Deney farklı numuneler için tekrarlanır.

Tablo 3. Eğilmeli burulma deneyi sırasında oluşturulacak tablo

Deney No	Yük W (N)	Malzeme: Sehim Miktarı (f) mm						
		0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
1								
2								
3								
4								

**Şekil 13.** Eğilmeli burulma deney numunesi boyutları

Belirli açı değerlerinde uygulanan yük miktarına göre oluşacak momentler,

$$\text{Eğilme momenti } M_e = d \cdot W \cdot \sin\theta \text{ (Nm)} \quad (17)$$

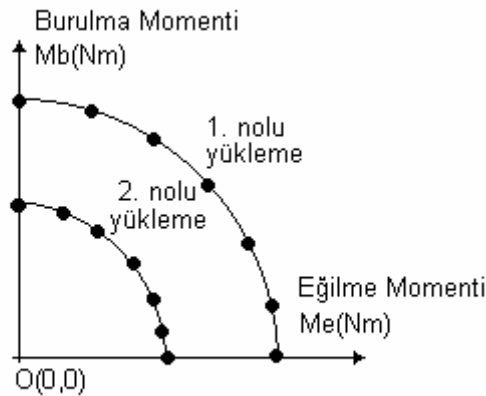
$$\text{Burulma momenti } M_b = d \cdot W \cdot \cos\theta \text{ (Nm)} \quad (18)$$

Dairesel tablanın yarıçapı: $d=10 \text{ cm}$

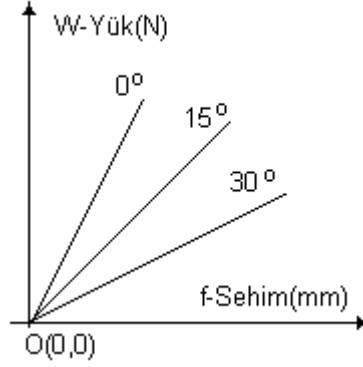
olarak elde edilir.

EĞİLMELİ BURULMA DENEY FÖYÜNÜN HAZIRLANMASI

Elde edilecek yük ve sehim miktarları yardımıyla üç tip grafik çizilecektir. Bunlardan ilki; herhangi bir malzeme için, her yükleme değerinde yedi açı değeri için elde edilecek eğilme ve burulma momentleri yardımıyla çizilecek olan grafiktir(Şekil 14).

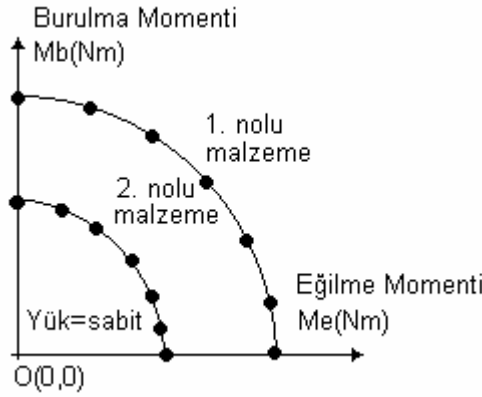
**Şekil 14 .** Her bir yükleme değerinde farklı açı değerleri için çizilecek eğilme-burulma moment grafiği

İkinci çizilecek grafik ise, yük askısının tabla üzerinde bulunduğu her bir açı değerinde, uygulanan farklı yüklemeler için komparatörden okunan sehim miktarları için çizilecek grafiktir(Şekil 15).



Şekil 15. Her bir açı değeri için yük-sehim grafiği

Üçüncü çizilecek olan grafik ise, farklı malzemeler için aynı yük değerindeki eğilme ve burulma momentlerinin karşılaştırılması için çizilecek olan grafikdir(Şekil 16).



Şekil 16. Aynı yükleme değerinde farklı malzemeler için farklı açı değerlerinde eğilme-burulma moment dağılımı

Çizilecek olan bu grafikler yardımıyla, her bir grafik ile ilgili yorumlar yazılacaktır.

DENEY 2.2 BURKULMA

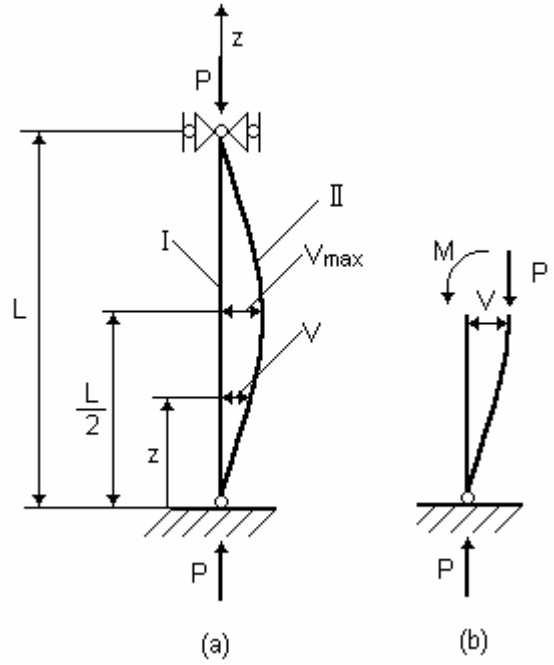
Eksenel yüklü prizmatik çubukların eksenlerinin yük altında doğru konumdan eğri konuma geçmesi olayına mühendislikte **burkulma** adı verilir. Burkulma olayı sonunda çubuk aşırı şekil değiştirme veya kırılma değerini aşan yüksek gerilme nedeniyle artık görev yapamaz hale gelecek ve bu arada kırılabilir. Eğer malzeme lineer elastik sınırlar içerisinde burkulmaya çalışıyor ise burkulan çubuk kırılmayacak fakat şekil değişikliğinin sınırsız olarak artabilecektir. Böylece kırılma olmasa dahi burkulan çubuk şekil değişikliğinin fazla olması nedeniyle görev yapamaz hale gelecektir. Bu nedenle mühendislikte basınçla yüklü çubukların burkulmadan görevlerini yapabilecek şekilde dizayn edilmeleri gerekir.

2.2.1. İki Ucundan Mafsallı Prizmatik Çubuk

İki ucundan mafsallı ve P eksenel yükü ile yüklü bir prizmatik çubukta istenilen, I denge konumuna çok yakın II konumu gibi bir eğrisel denge konumunun hangi şartlarda mümkün olacağının tespiti. II konumu mevcut olduğu varsayılırsa bu konuma ait elastik eğri denklemi,

$$\frac{d^2V}{dz^2} = -\frac{M}{EI} \quad (19)$$

I: Ağırlık merkezinden geçen eksene göre atalet momenti



Şekil 17. İki ucundan mafsallı prizmatik çubuk için yükleme durumu

genel denklemin elde edilebilir. Şekil 17.b' den, $M=P.V$ yazılabilir. Böylece elastik eğri denklemi,

$$\frac{d^2V}{dz^2} = -\frac{PV}{EI} \quad (20)$$

veya,

$$\frac{PV}{EI} = k^2 \quad (21)$$

yazılırsa,

$$\frac{d^2V}{dz^2} + k^2V = 0 \quad (22)$$

şeklinde ikinci dereceden lineer olmayan bir diferansiyel denklem elde edilir. Genel çözümü,

$$V=c_1\sin(kz)+c_2\cos(kz) \quad (23)$$

şeklindedir.

$$z=0 \text{ için } V=0 \text{ olması şartı ile } c_2=0 \quad (24)$$

$$z=L \text{ için } V=0 \text{ olması şartı ile } c_1 \neq 0 \text{ ve } c_1 \sin(kL)=0 \quad (25)$$

elde edilir. İkinci şartın sağlanması için c_1 veya $\sin(kL)$ ' den birisinin sıfır olması gerekir. $c_2=0$ olduğuna göre c_1 de sıfır olursa $V=0$ olur. Dolayısıyla denge konumu olarak I doğrusal konumu elde edilir. II denge konumunun mevcut olabilmesi için, $\sin(kL)=0$ olması gerekir. Bu şartın sağlanması için,

$$kL=n\pi \Rightarrow k^2 L^2=n^2 \pi^2 \quad (26)$$

yazılabilir. Bu durumda (21) eşitliğindeki k^2 değeri (26) eşitliğinde yerine yazılacak olursa,

$$\frac{P}{EI} = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \quad (27)$$

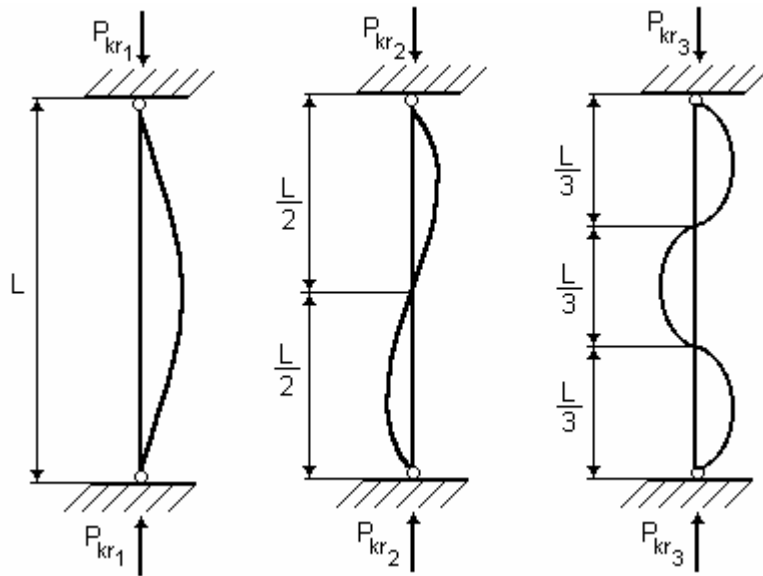
dolayısıyla,

$$P = n^2 \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (28)$$

elde edilir. Burada, $n=1,2,3,\dots$ olan tamsayıdır. Böylece (28) denklemi ile bulunacak değerlerin her biri için I denge durumuna yakın II gibi denge durumları olacağı anlaşılır. (28) eşitliğinden bulunan yüklerden pratik için en önemlisi $n=1$ için elde edilen,

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (29)$$

en küçük P_{kr} değeridir. Çünkü P dış yükü sıfırdan itibaren artarken bu değeri aştığı zaman çubuk burkulabileceği için dış yük bakımından aşılması gereken değer bu değerdir. Şekil 18' de $n=1, 2, 3$ değerlerine karşılık gelen II denge konumları gösterilmiştir.



Şekil 18. $n=1, 2, 3$ değerlerine karşılık gelen II denge durumları

2.2.2. Bir Ucundan Ankastre Diğer Ucundan Serbest Çubuk

Şekil 19' a göre eğilme momenti

$$M_A = -P(f - V) \quad (30)$$

şeklinde yazılabilir. Elastik eğri diferansiyel denklemi,

$$\frac{d^2 V}{dz^2} = -\frac{M}{EI} = \frac{P(f - V)}{EI} \quad (31)$$

veya (21) eşitliği kullanılarak,

$$\frac{d^2 V}{dz^2} + k^2 V = k^2 f \quad (32)$$

elde edilir. Genel çözümü,

$$V = c_1 \sin(kz) + c_2 \cos(kz) + f \quad (33)$$

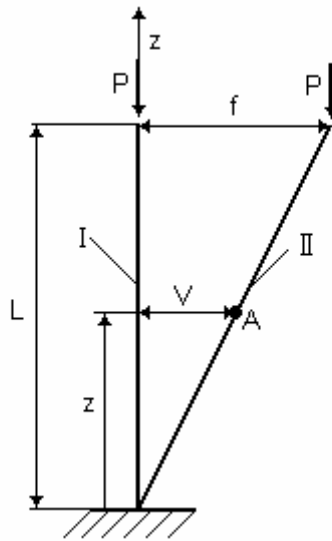
dır. Sınır şartları uygulanırsa,

$$P = (2n + 1) \frac{\pi^2 EI}{4L^2} \quad (34)$$

elde edilir. P' nin II elastik konumuna imkan tanıyan en küçük değeri $n=0$ için,

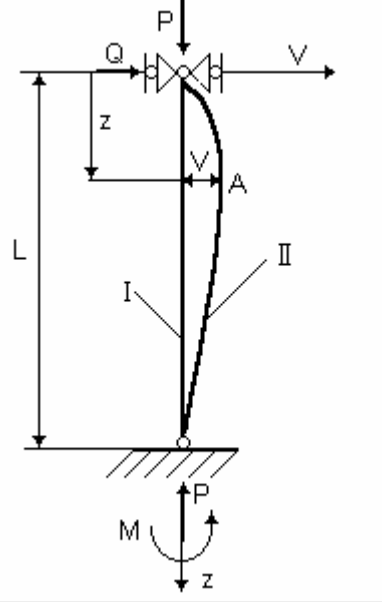
$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} \quad (35)$$

yazılabilir. (29) denklemiyle karşılaştırılırsa bu çubuğun dört kat daha küçük bir yükleme değerinde burkulabileceği görülür.



Şekil 19. Burkulmaya çalışılan bir ucundan ankastre diğer ucundan serbest çubuk

2.2.3. Bir Ucu Ankastre Diğer Ucu Mafsallı Çubuk



Şekil 20. Burkulmaya çalışılan bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı çubuk

Bu çubukta eğilme momenti,

$$M_A = PV - QZ \quad (36)$$

dir. Elastik eğri diferansiyel denklemi,

$$\frac{d^2 V}{dz^2} + \frac{PV}{EI} = \frac{QZ}{EI} \quad (37)$$

şeklinde yazılabilir. (21) eşitliği kullanılacak olursa,

$$\frac{d^2 V}{dz^2} + k^2 V = k^2 \frac{QZ}{P} \quad (38)$$

diferansiyel denklemi elde edilir. Çözüm yapılırsa,

$$P_{kr} = \frac{20.19EI}{L^2} \quad (39)$$

olarak bulunur. Bu kritik yük, iki ucu mafsallı çubuğa ait (29) denklemindeki yükün iki katından biraz fazladır.

2.2.4. İki Ucu Ankastre Çubuk

Eğilme momenti,

$$M_A = PV - M_0 \quad (40)$$

dir. Elastik eğri diferansiyel denklemi,

$$\frac{d^2 V}{dz^2} = -\frac{PV}{EI} + \frac{M_0}{EI} \quad (41)$$

veya (21) eşitliği kullanılacak olursa,

$$\frac{d^2 V}{dz^2} + k^2 V = \frac{M_0}{EI} \quad (42)$$

elde edilir. Bu denklemin genel çözümü, $V=M_0/P'$ nin özel çözümü olduğuna dikkat edilerek,

$$V=c_1\sin(kz)+c_2\cos(kz)+ M_0/P \quad (43)$$

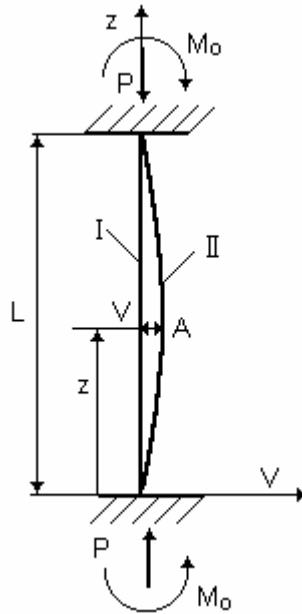
şeklinde yazılırsa ve sınır şartları uygulanırsa,

$$P = 4 \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2} \quad (44)$$

elde edilir. Burada n, 1 ile ∞ arasında bir tamsayıdır. Burkulmanın meydana geldiği en küçük yük, yani kritik yük $n=1$ alınarak,

$$P_{kr} = 4 \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (45)$$

elde edilir.



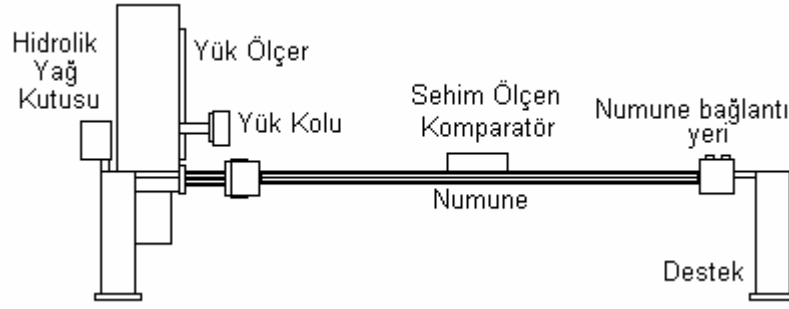
Şekil 21. Burkulmaya çalışılan iki ucu ankastre çubuk

DENEYİN AMACI

İki ucundan farklı mesnet tipleri ile bağlı ve P eksenel yükü ile yüklü farklı kesitli çubuklarda burkulma deneyleri yapılarak, kritik yük değerlerinin tespitidir. Ayrıca çubuk kesiti ve malzemesi ile bağlantı şekillerinin burkulmaya etkisinin incelenerek sehim miktarları ile karşılaştırılmasıdır.

DENEY DÜZENEGİ

Deney düzeneği; numunelerin bağlandığı mesnet, yük kolu, yük ölçer, sehim ölçer komparatör, yağ kutusu ve destek kısımlarından oluşmaktadır(Şekil 22).



Şekil 22. Burkulma deney düzeneği

DENEYİN YAPILIŞI

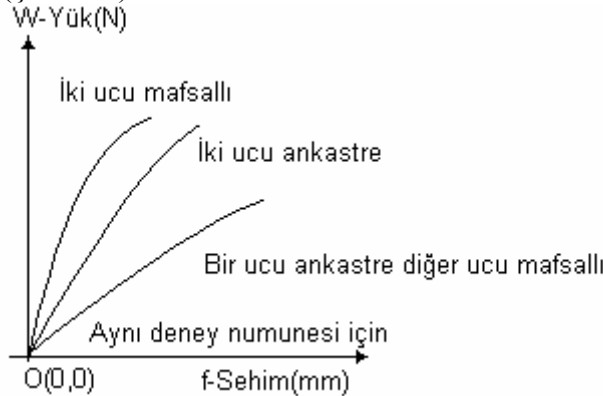
Farklı kesit ve malzemeden yapılmış deney numuneleri, deney düzeneğine farklı mesnet tiplerine göre bağlanır. Yük kolu yardımıyla numuneye eksenel basınç kuvveti uygulanır. Her bir yükleme değeri için elde edilen sehim miktarı Tablo 4' e yazılır.

Tablo 4. Burkulma deneyi sırasında oluşturulacak yük-sehim miktarı tablosu

Çubuk Malzemesi:		Kesit boyutları:
Bağlantı Şekli :		Çubuk Boyu :
Deney No:	Yük-W(N)	Sehim Miktarı-f(mm)
1		
2		
3		
4		

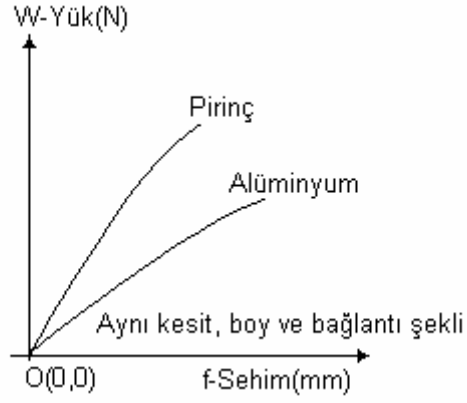
BURKULMA DENEY FÖYÜNÜN HAZIRLANMASI

Burkulma deney sonuçlarına göre aşağıdaki grafikler çizilecektir. Bu grafiklerden ilki, aynı deney numunesi için(çubuk kesiti, malzemesi ve boyu aynı) farklı bağlantı tiplerinde çizilecek olan grafikler(Şekil 23).



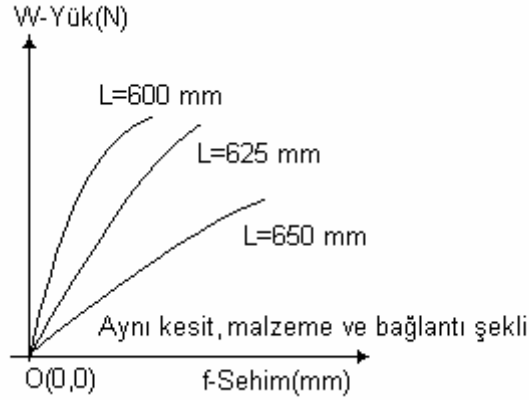
Şekil 23. Aynı deney numunesinin farklı bağlantı tiplerinde elde edilecek sehim miktarlarına göre çizilecek olan yük-sehim miktarı grafiği

İkinci çizilecek olan grafik ise, aynı kesit ve boyu, aynı bağlantı tipine sahip farklı malzemeden yapılmış deney çubuklarının sehim miktarlarının karşılaştırılmasıdır(Şekil 24).



Şekil 24. Farklı deney numunelerinin (kesit ve boyları aynı) aynı bağlantı tipinde elde edilecek sehim miktarlarına göre çizilecek olan yük-sehim miktarı grafiği

Çizilecek diğer bir grafik ise aynı malzemeli ve kesitli deney çubuğunun farklı boyları için aynı bağlantı durumunda elde edilecek sehim miktarlarının karşılaştırılmasıdır(Şekil 25).



Şekil 25. Aynı malzemeli ve kesitli deney numunesinin farklı boyları için aynı bağlantı tipinde elde edilecek sehim miktarlarına göre çizilecek olan yük-sehim miktarı grafiği

Elde edilen değerlerden her deney numunesinin, bağlantı şekline göre kritik yük değerleri hesaplanacaktır.